

第45回数学教育論文発表会・論文発表の部

2012・11・10～11奈良教育大学

乗除法の文章題を把握するための図

正 田 良

国土館大学文学部

要約

乗除法に関する文章題2題に関して3種の図を示し、文章題の立式と図のそれぞれに関する感想を大学生(155名)に質問紙によって回答させた。感想は8つの観点について7段階評価をさせた。

その評価の平均値を解釈すると、《「はじきの図」は、「平行2数直線」や「かけわり図」に比べて、習ったことがあり、使う頻度が比較的あり、面倒ではなく、演算決定に役立つが、問題の様子や量的関係を表現しておらず、教える際に使いたくない。》との感想を持っている。また因子分析によって、《図に対して習ったという意識はその表現を使うことや、それに関する肯定的評価へ関連が強いこと。図や表を書くことに積極的である傾向は、どのような種類の図や表に親しみを持っているかによらないこと。》がわかった。

図の役割

- ◆ 個人の思考過程の中で、
 - (1) データの量的関係を式として表現しやすくするための中間的表現
 - (2) 時間の軸を、位置の軸として表現。
- ◆ 教師 子ども「シェーマ」と「略図」(松下佳代(1995))。
- ◆ 「教えあう」という表現(文部科学省(2008)『学習指導要領解説』)

乗除法の文章題にまつわる図

◆ 平行な2本の数直線

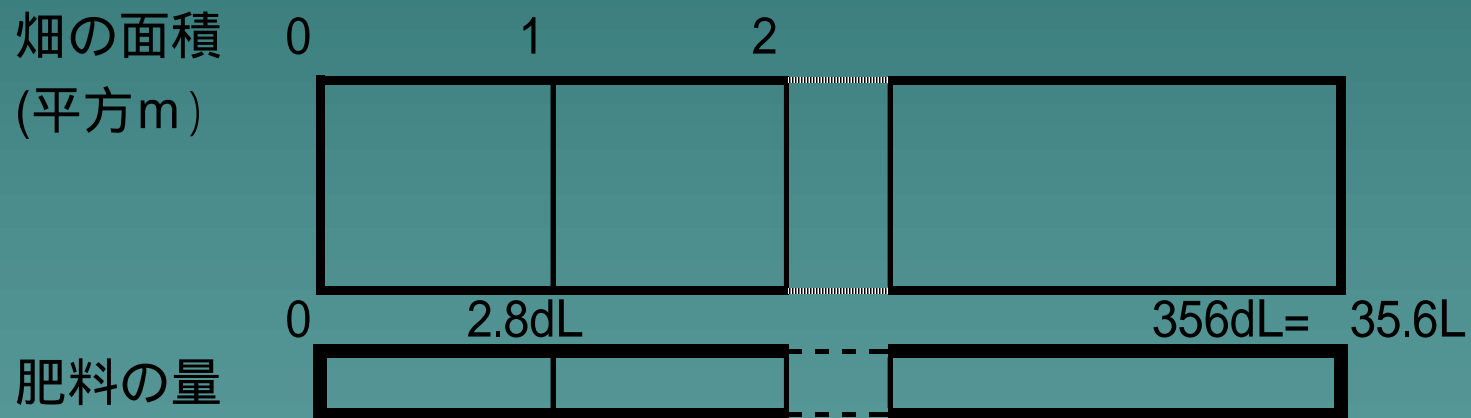
◆ かけわり図

◆ 「は・じ・き」の図

の3つ

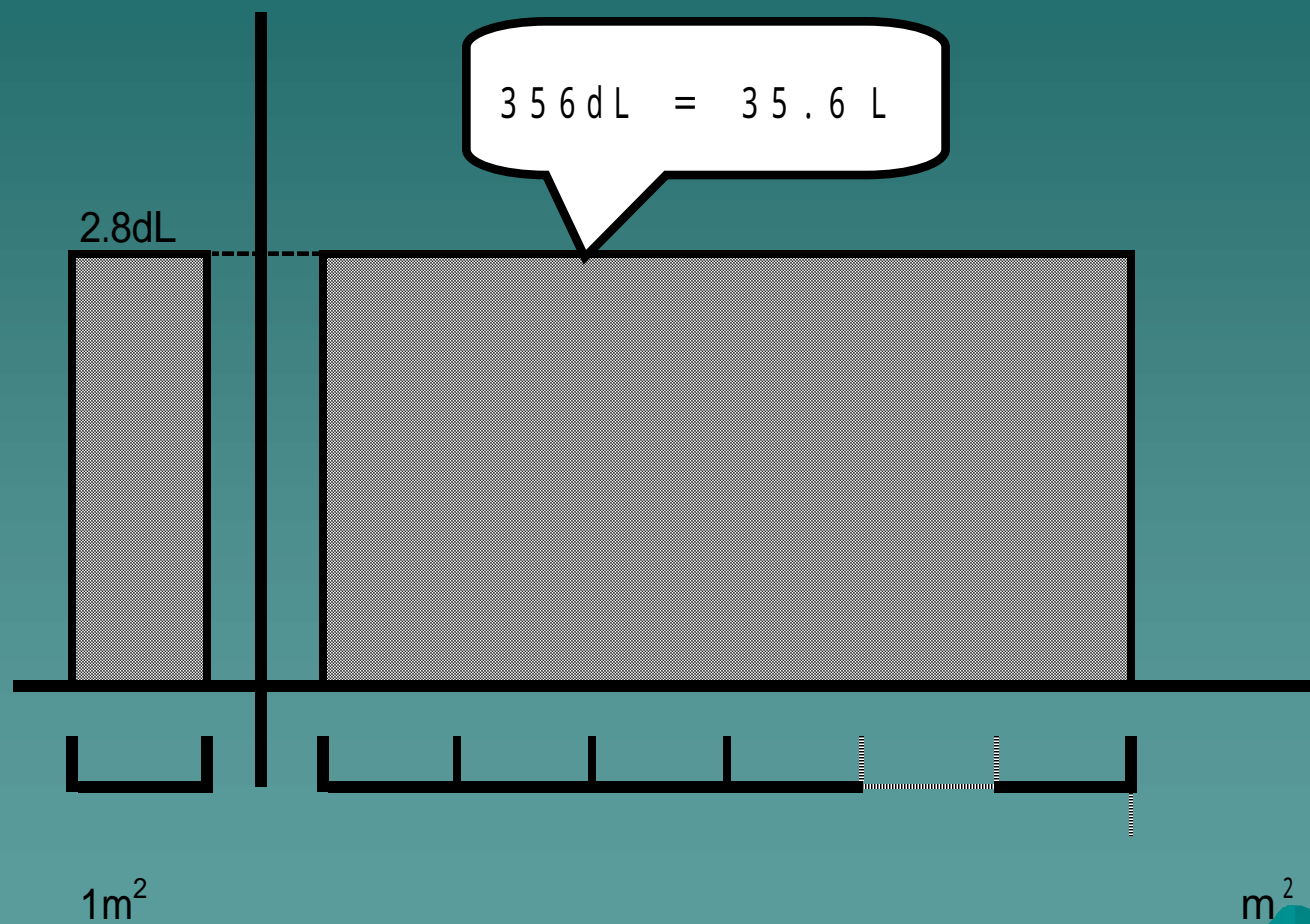
平行な2本の数直線

『学習指導要領解説 算数編』(文部科学省(2008))では,割合と量との関係を互いに平行な2本の数直線で表わした図が用いられている。



「かけわり図」と呼ばれる図

線分の長さとして表わされた双方の量の積は、長方形の面積を典型例



「はじき」としてポピュラーな図

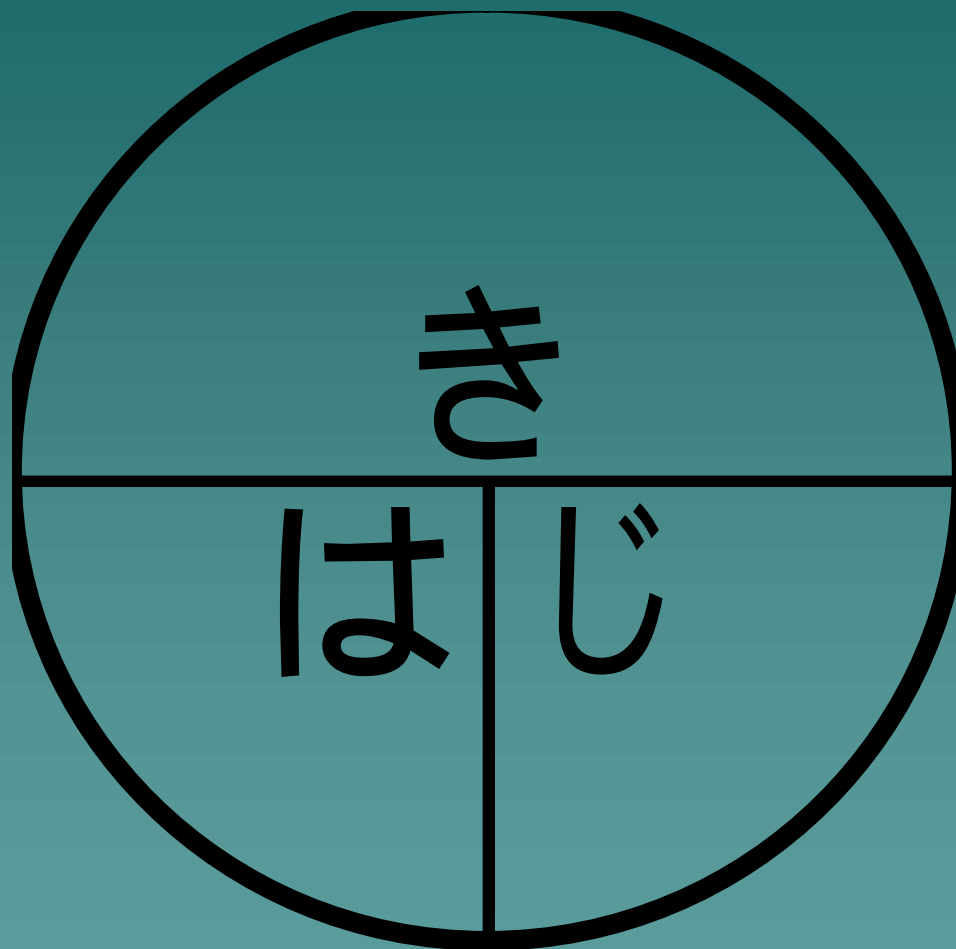


表1 8つの観点の概略

- ◆ ア: 回答者が教えられた経験がある
- ◆ イ: 回答者が現在用いている
- ◆ ウ: 問題文との類似性
- ◆ エ: 文章に含まれる数に関する情報の整理
- ◆ オ: 演算決定に参考になる
- ◆ カ: 量的関係の表現
- ◆ キ: 教える際の総合的な評価
- ◆ ク: 書く際の面倒くささ

3つの文章題

- ◆ 1 m^2 あたり 2.8 dL の液体の肥料がまけるように機械をセットして、肥料をまいたら、その日は、 35.6 L の肥料をまいたことになりました。この日に肥料をまいた畑の面積は何 m^2 でしょうか。
- ◆ 水そうに水を入れてあります。 $\frac{2}{3}$ 分間に $\frac{5}{6}\text{ L}$ の水が入ります。同じ割合で水を入れていくと、1分間には何 L の水が入りますか。(国立教育政策研究所(2006))
- ◆ 20.8 km の道のりのコースを4時間かけて歩く計画を立てました。スタートから 10.6 km の目印を通過するとき時計をみたら、それまでの所要時間が、 1.96 時間であることがわかりました。計画通りの所要時間にするには、それ以降の歩く速さは時速何キロにするべきですか。

・・・に7段階評価を求めた。

7 : すごくそう思う。

6 : そう思う。

5 : 微妙だがどちらかというと思う。

4 : どちらとも言えない。

3 : 微妙だがどちらかというそうではない。

2 : そうではない。

1 : 全然違う。

表2 7段階評価の平均点

	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク
2(2	3.48	2.70	4.49	4.39	4.07	4.53	3.82	5.00
2(3	3.48	3.05	4.46	4.64	4.39	4.84	4.28	5.03
2(4	3.80	3.33	3.88	4.14	4.74	3.81	3.34	4.70
3(2	4.01	3.43	4.71	4.64	4.21	4.71	4.26	4.93
3(3	3.96	3.59	4.92	4.97	4.62	4.97	4.61	4.85
3(4	3.71	3.25	3.39	3.57	4.25	3.50	3.12	4.83
4(2	4.49	4.10	4.78	4.72	4.46	4.56	4.37	4.58
4(3	3.24	2.87	3.95	4.10	3.87	4.20	3.73	4.85
4(4	4.47	3.81	4.66	4.68	4.52	4.54	4.25	4.43
4(5	4.06	3.77	4.34	4.45	4.56	4.10	4.12	4.79

習った 使う 様子 数 演算 量的 教える 面倒

表3: 平均値の差の検定

[2]	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク
4)と2)		*	*		*	*	*	
2)と3)								
3)と4)			*	*		*	*	

[3]	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク
4)と2)			*	*		*	*	
2)と3)	*	*				*		
3)と4)	*		*	*	*	*	*	

表2・表3の結果をまとめると

[2] 「はじきの図」は、他の2つに比べて、習ったことがあり、使う頻度が比較的あり、面倒ではなく、演算決定に役立つと思えるが、問題の様子をあらわしているとも、量的関係を表現しているとも、教える際に使いたいとも思えない。

[3] 「はじきの図」は、他の2つに比べて、問題の様子をあらわしているとも、量的関係を表現しているとも、教える際に使いたいとも思えない。また、習ったものではないし、今使っているものではない。書くのが面倒かどうかは、3者ともに似通った値となった。

因子分析によって80問のクラスター

	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク
2(2)	7th	7th	7th	7th	7th	7th	7th	3rd
2(3)	1st	1st	1st	1st	1st	1st	1st	3rd
2(4)	2nd	2nd	2nd	2nd	2nd	2nd	2nd	3rd
3(2)	7th	7th	7th	7th	7th	7th	7th	3rd
3(3)	1st	1st	1st	1st	1st	1st	1st	3rd
3(4)	2nd	2nd	2nd	2nd	2nd	2nd	2nd	3rd
4(2)	5th	5th	5th	5th	5th	5th	5th	3rd
4(3)	---	---	5th	5th	5th	5th	5th	3rd
4(4)	6th	6th	6th	6th	6th	6th	6th	3rd
4(5)	4th	4th	4th	4th	4th	4th	4th	3rd

習った 使う 様子 数 演算 量的 教える 面倒

7つの因子の解釈

- ◆ (第1因子) 2量の積を面積として表す「かけわり図」を習ったり使ったりして、その効果について肯定的である。
- ◆ (第2因子) 内包量(速度などの割合)に関する3用法の公式を記憶するための「はじきの図」を習ったり使ったりして、その効果について肯定的である。
- ◆ (第3因子) 図全般を書くことの価値を認めており、図を書くことを面倒とは思わない。
- ◆ (第4因子) 場面によって割合が変わる文章題で、場面と割合に関わる量とを2次元の表で整理することを習ったり使ったりして、その効果について肯定的である。
- ◆ (第5因子) 場面によって割合が変わる文章題で、状況の見えの変化を中心とした図でまず表すことを習ったり使ったりして、その効果について肯定的である。
- ◆ (第6因子) 場面によって割合が変わる文章題で、ダイヤグラムのようなグラフを書くことを習ったり使ったりして、その効果について肯定的である。
- ◆ (第7因子) 2量の間比例的な関係を「平行な2本の数直線」の図で表すことを習ったり使ったりして、その効果について肯定的である。

回答者の正誤的特性と7因子との関連

	因子1		因子2		因子3		因子4		因子5		因子6		因子7	
1	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者
Ave.	-0.007	0.008	-0.022	0.027	0.090	-0.109	-0.085	0.103	-0.001	0.001	0.031	-0.038	0.021	-0.026
S.D.	0.985	0.932	0.987	0.933	0.894	1.035	0.929	0.947	1.068	0.831	0.975	0.924	1.024	0.847
ttest	0.922	--	0.752	--	0.210	--	0.219	--	0.994	--	0.651	--	0.755	--
[1](2)	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者
Ave.	-0.001	0.004	-0.031	0.101	0.038	-0.125	-0.004	0.014	0.062	-0.204	-0.089	0.295	0.005	-0.018
S.D.	0.990	0.862	0.987	0.872	0.971	0.935	0.958	0.887	1.014	0.763	0.955	0.885	0.986	0.812
ttest	0.978	--	0.449	--	0.373	--	0.914	--	0.099	--	0.030	*	0.888	--
[1](3)	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者
Ave.	0.094	-0.103	0.013	-0.014	0.203	-0.222	-0.099	0.109	-0.020	0.022	-0.022	0.024	-0.078	0.085
S.D.	0.947	0.966	1.001	0.920	0.921	0.965	1.026	0.827	1.101	0.798	0.923	0.984	0.994	0.889
ttest	0.206	--	0.866	--	0.006	*	0.168	--	0.790	--	0.764	--	0.286	--
[1](4)	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者
Ave.	0.018	-0.029	-0.011	0.017	0.131	-0.208	0.017	-0.027	0.000	0.000	0.045	-0.072	-0.081	0.128
S.D.	1.020	0.860	1.001	0.900	0.963	0.933	0.923	0.970	0.986	0.923	0.977	0.910	0.969	0.900
ttest	0.762	--	0.855	--	0.032	*	0.782	--	0.997	--	0.454	--	0.177	--
[1](5)	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者
Ave.	0.171	-0.094	-0.010	0.006	-0.031	0.017	0.071	-0.039	0.027	-0.015	-0.144	0.079	0.021	-0.012
S.D.	1.014	0.918	1.013	0.935	0.979	0.958	1.095	0.843	1.044	0.924	0.975	0.931	0.965	0.939
ttest	0.113	--	0.925	--	0.772	--	0.522	--	0.807	--	0.173	--	0.841	--
[2](1)	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者
Ave.	0.011	-0.074	0.030	-0.203	0.018	-0.118	-0.029	0.199	-0.016	0.108	-0.025	0.167	-0.035	0.233
S.D.	0.946	1.058	0.938	1.099	0.973	0.902	0.948	0.874	0.981	0.869	0.913	1.176	0.927	1.051
ttest	0.745	--	0.389	--	0.548	--	0.301	--	0.573	--	0.502	--	0.303	--
[3](1)	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者
Ave.	-0.043	0.184	0.025	-0.113	0.024	-0.107	-0.010	0.046	0.073	-0.332	0.010	-0.048	0.015	-0.070
S.D.	0.969	0.903	0.931	1.093	0.945	1.047	0.947	0.916	0.977	0.853	0.949	0.970	0.982	0.777
ttest	0.230	--	0.544	--	0.554	--	0.776	--	0.035	*	0.778	--	0.626	--
[4](1)	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者
Ave.	0.077	-0.185	0.022	-0.055	0.135	-0.340	-0.052	0.131	0.014	-0.035	-0.094	0.237	-0.026	0.065
S.D.	0.968	0.915	0.965	0.958	0.931	0.967	0.980	0.822	1.020	0.824	0.971	0.862	0.988	0.839
ttest	0.107	--	0.655	--	0.007	*	0.245	--	0.757	--	0.043	*	0.567	--

回答者の正誤的特性と7因子との関連

統計的に有意な差がでたところに注目

	因子1		因子2		因子3		因子4		因子5		因子6		因子7		
	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	正答者	誤答者	
1	Ave.	-0.007	0.008	-0.022	0.027	0.090	-0.109	-0.085	0.103	-0.001	0.001	0.031	-0.038	0.021	-0.026
	S.D.	0.985	0.932	0.987	0.933	0.894	1.035	0.929	0.947	1.068	0.831	0.975	0.924	1.024	0.847
	ttest	0.922	--	0.752	--	0.210	--	0.219	--	0.994	--	0.651	--	0.755	--
[1](2)	Ave.	-0.001	0.004	-0.031	0.101	0.038	-0.125	-0.004	0.014	0.062	-0.204	-0.089	0.295	0.005	-0.018
	S.D.	0.990	0.862	0.987	0.872	0.971	0.935	0.958	0.887	1.014	0.763	0.955	0.885	0.986	0.812
	ttest	0.978	--	0.449	--	0.373	--	0.914	--	0.099	--	0.030	*	0.888	--
[1](3)	Ave.	0.094	-0.103	0.013	-0.014	0.203	-0.222	-0.099	0.109	-0.020	0.022	-0.022	0.024	-0.078	0.085
	S.D.	0.947	0.966	1.001	0.920	0.921	0.965	1.026	0.827	1.101	0.798	0.923	0.984	0.994	0.889
	ttest	0.206	--	0.866	--	0.006	*	0.168	--	0.790	--	0.764	--	0.286	--
[1](4)	Ave.	0.018	-0.029	-0.011	0.017	0.131	-0.208	0.017	-0.027	0.000	0.000	0.045	-0.072	-0.081	0.128
	S.D.	1.020	0.860	1.001	0.900	0.963	0.933	0.923	0.970	0.996	0.923	0.977	0.910	0.969	0.900
	ttest	0.762	--	0.855	--	0.032	*	0.782	--	0.997	--	0.454	--	0.177	--
[1](5)	Ave.	0.171	-0.094	-0.010	0.006	-0.031	0.017	0.071	-0.039	0.027	-0.015	-0.144	0.079	0.021	-0.012
	S.D.	1.014	0.918	1.013	0.935	0.979	0.958	1.095	0.843	1.044	0.924	0.975	0.931	0.965	0.939
	ttest	0.113	--	0.925	--	0.772	--	0.522	--	0.807	--	0.173	--	0.841	--
[2](1)	Ave.	0.011	-0.074	0.030	-0.203	0.018	-0.118	-0.029	0.199	-0.016	0.108	-0.025	0.167	-0.035	0.233
	S.D.	0.946	1.058	0.938	1.099	0.973	0.902	0.948	0.874	0.981	0.869	0.913	1.176	0.927	1.051
	ttest	0.745	--	0.389	--	0.548	--	0.301	--	0.573	--	0.502	--	0.303	--
[3](1)	Ave.	-0.043	0.194	0.025	-0.113	0.024	-0.107	-0.010	0.046	0.073	-0.332	0.010	-0.048	0.015	-0.070
	S.D.	0.969	0.903	0.931	1.093	0.945	1.047	0.947	0.916	0.977	0.853	0.949	0.970	0.982	0.777
	ttest	0.230	--	0.544	--	0.554	--	0.776	--	0.035	*	0.778	--	0.626	--
[4](1)	Ave.	0.077	-0.195	0.022	-0.055	0.135	-0.340	-0.052	0.131	0.014	-0.035	-0.094	0.237	-0.026	0.065
	S.D.	0.968	0.915	0.965	0.958	0.931	0.967	0.980	0.822	1.020	0.824	0.971	0.862	0.988	0.839
	ttest	0.107	--	0.655	--	0.007	*	0.245	--	0.757	--	0.043	*	0.567	--

前頁の箇条書き化

- ◆ 図を書くことの価値を認識しており、図を積極的に書く傾向を持つ者は、比較的難問である、[4]を解くことができ、式を文章題と関連付けることができる([1](4))。また、量分数と割合分数との混同が少ないという傾向がある。
- ◆ 因子5は、[3](1)に関連がある。やや複雑な事象を、図に表すことは、分数を含む問題を解く困難性を克服するのに役立ったのか。
- ◆ 因子6の「ダイアグラムなどの図を書くこと」は、
[1](2): 割合の関係を「何倍になる」という操作として把握する
[4](1): 途中で割合が変化する(ただし[1](5)(6)とは無関係)に関連している。
- ◆ これまでのグラフの扱いが表面的なもので終わってしまい、ダイアグラムを読み取ったりする活用が為されていない。図の良さをその活用によって子どもに味合わすことができるような活動が望まれる

ご清聴ありがとうございました

- ◆ ご指導・ご助言, よろしく申し上げます。
- ◆ 紙の資料製作は略しました。このスライドの電子ファイルは, 私のサイト <http://kks-el01.sakura.ne.jp/ACD/index.htm> へ近日中に用意させていただきます。(「正田良」で検索されて, 「学会での発表」というリンクをたどってください。)

rio@kokushikan.ac.jp (正田 良)